Mathématiques pour les Sciences de la Vie
Probabilités – Statistique

Printemps 2022

S. Mousset

Université Claude Bernard Lyon I – France

Tests d'hypothèses

Météo-France lance quotidiennement des ballons sondes qui enregistrent des mesures jusqu'à leur éclatement. (autour de 20 à 30 km d'altitude en moyenne selon Météo-France). Pour la station de Cayenne-Matoury, un échantillon de 52 enregistrements donne les valeurs suivantes pour les altitudes d'éclatement :

$$\sum X = 1587.002 \qquad \sum X^2 = 4.9832171 \times 10^4$$

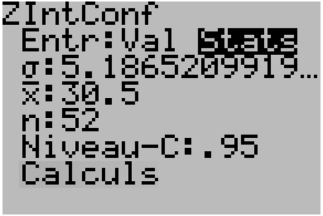
soit les valeurs suivantes pour l'échantillon et les estimations :

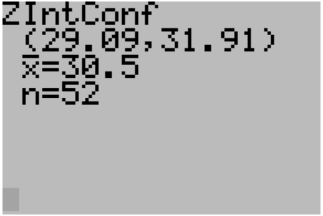
$$\bar{x} = 30.5 \qquad s^2 = 26.9$$

Ces données sont-elles en accord avec une altitude moyenne d'éclatement à 30km ?

Un intervalle de confiance

On peut vérifier que l'intervalle de confiance de la moyenne μ contient bien la valeur 30 km.





Retour à la distribution d'échantillonnage

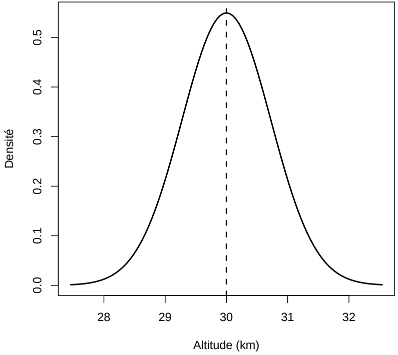
- En supposant que $\mu = \mu_0 = 30$ km, la valeur observée de $\bar{X}$ est-elle intattendue dans la distribution d'échantillonnage ?

Retour à la distribution d'échantillonnage

- En supposant que $\mu = \mu_0 = 30$ km, la valeur observée de $\bar{X}$ est-elle intattendue dans la distribution d'échantillonnage ?
- On a un grand échantillon, donc $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.

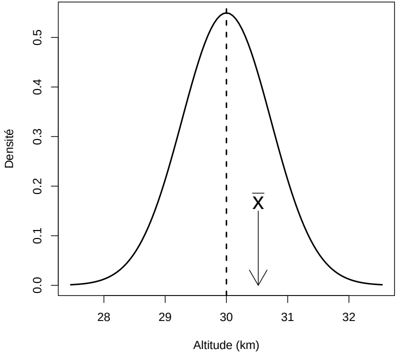
Retour à la distribution d'échantillonnage

- En supposant que $\mu = \mu_0 = 30$ km, la valeur observée de $\bar{X}$ est-elle intattendue dans la distribution d'échantillonnage ?
- On a un grand échantillon, donc $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.
- On utilise la variance estimée $\hat{\sigma}^2 = \frac{52}{51} \times 26.89 = 27.41\,\mathrm{km}^2$.



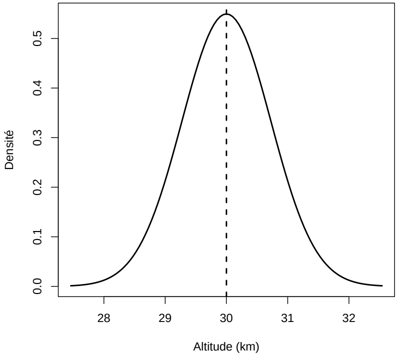
Retour à la distribution d'échantillonnage

- En supposant que $\mu = \mu_0 = 30$ km, la valeur observée de $\bar{X}$ est-elle intattendue dans la distribution d'échantillonnage ?
- On a un grand échantillon, donc $\bar{X} \sim \mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$.
- On utilise la variance estimée $\hat{\sigma}^2 = \frac{52}{51} \times 26.89 = 27.41\,\mathrm{km}^2$.
- Comment décider si une valeur est inattendue dans une distribution ?



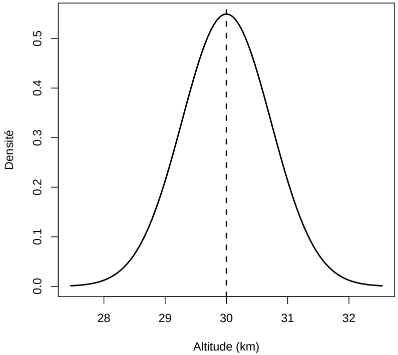
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.



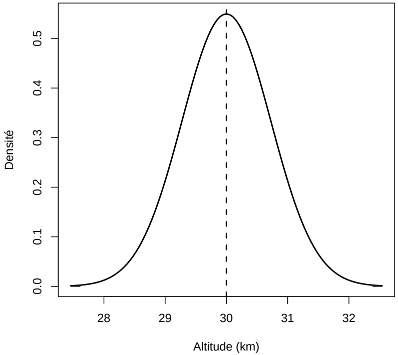
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.



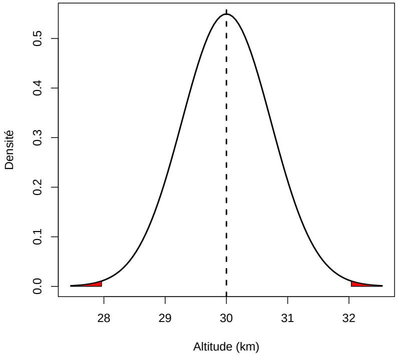
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{\textcolor{red}{0.001}, 0.005, 0.01, 0.05\}$.



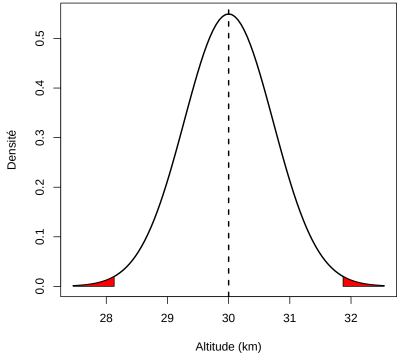
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.05\}$.



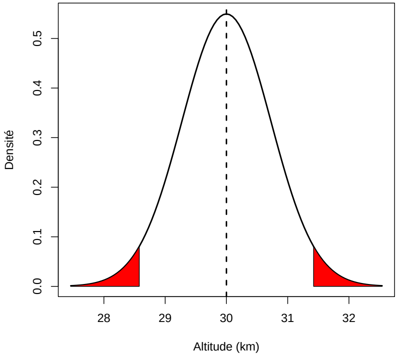
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, \textcolor{red}{0.01}, 0.05\}$.



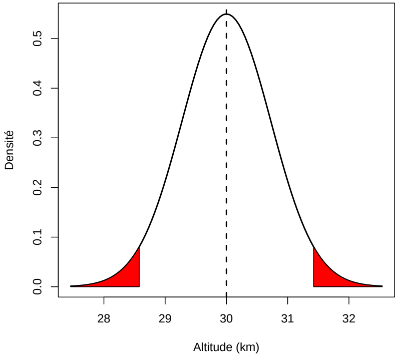
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.05\}$.



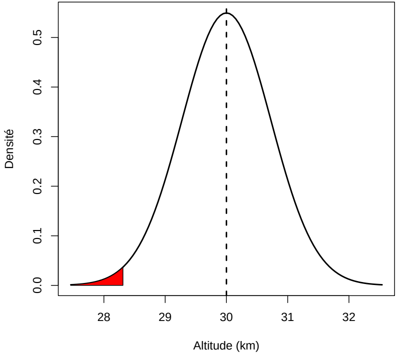
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.05\}$.
- On peut choisir de rejeter les valeurs exrêmes des deux côtés ou d'un seul côté.



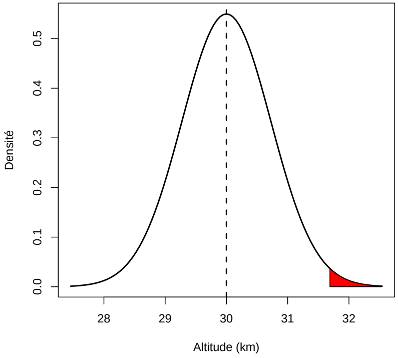
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.05\}$.
- On peut choisir de rejeter les valeurs exrêmes des deux côtés ou d'un seul côté.



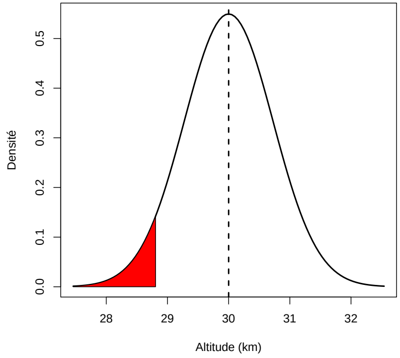
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, {\color{red}0.01}, 0.05\}$.
- On peut choisir de rejeter les valeurs exrêmes des deux côtés ou d'un seul côté.



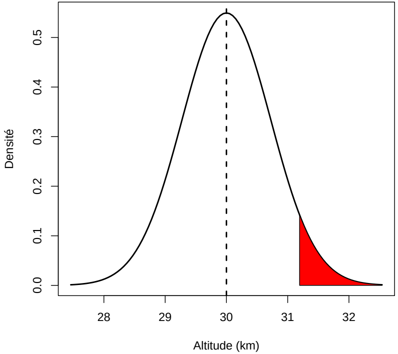
Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.05\}$.
- On peut choisir de rejeter les valeurs exrêmes des deux côtés ou d'un seul côté.



Le risque de première espèce α

- Les valeurs les plus extrêmes dans la distribution sont inattendues. On doit décider d'un seuil.
- Le seuil est défini d'après la probabilité de considérer comme extrême une valeur issue de la distribution d'échantillonnage.
- $\alpha \in \{0.001, 0.005, 0.01, 0.05\}$.
- On peut choisir de rejeter les valeurs exrêmes des deux côtés ou d'un seul côté.



Le risque de première espèce α

- Le statisticien contrôle la valeur de α.

Le risque de première espèce α

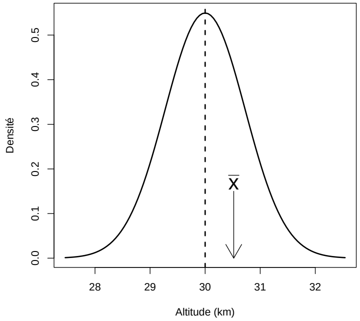
- Le statisticien contrôle la valeur de α.
- Risque de première espèce : probabilité de considérer comme inattendue une valeur simplement due au hasard.

Le risque de première espèce α

- Le statisticien contrôle la valeur de α.
- Risque de première espèce : probabilité de considérer comme inattendue une valeur simplement due au hasard.
- Le risque α et les côtés de la distribution considérés comme inattendus devraient être choisis *avant* d'observer les résultats de l'expérience.

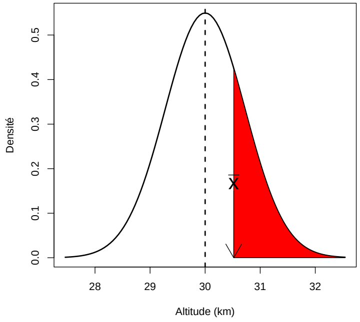
Retour aux ballons-sondes

- La valeur observée $\bar{x} = 30.5$ est le $76.3^{\text{ème}}$ percentile de la distribution d'échantillonnage.



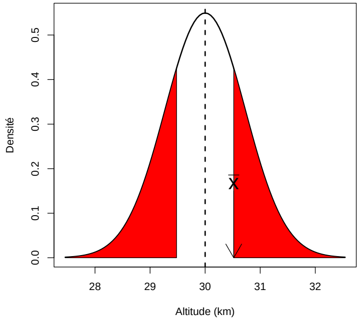
Retour aux ballons-sondes

- La valeur observée $\bar{x} = 30.5$ est le $76.3^{\text{ème}}$ percentile de la distribution d'échantillonnage.
- Pour considérer $\bar{x} = 30.5$ comme inattendue, il faudrait accepter de considérer comme inattendues entre 23.7% et 47.4% des valeurs issues de la distribution d'échantillonnage.



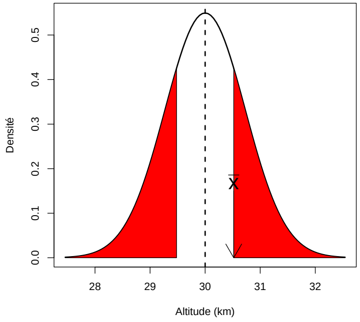
Retour aux ballons-sondes

- La valeur observée $\bar{x} = 30.5$ est le $76.3^{\text{ème}}$ percentile de la distribution d'échantillonnage.
- Pour considérer $\bar{x} = 30.5$ comme inattendue, il faudrait accepter de considérer comme inattendues entre 23.7% et 47.4% des valeurs issues de la distribution d'échantillonnage.



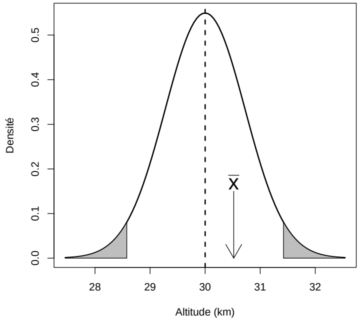
Retour aux ballons-sondes

- La valeur observée $\bar{x} = 30.5$ est le $76.3^{\text{ème}}$ percentile de la distribution d'échantillonnage.
- Pour considérer $\bar{x} = 30.5$ comme inattendue, il faudrait accepter de considérer comme inattendues entre 23.7% et 47.4% des valeurs issues de la distribution d'échantillonnage.
- Le choix de α a des conséquences importantes.



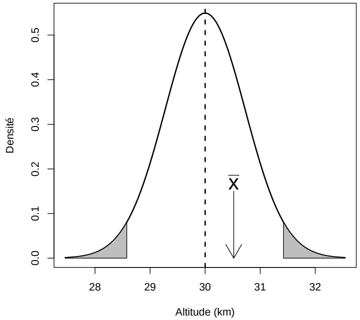
Retour aux ballons-sondes

- La valeur observée $\bar{x} = 30.5$ est le $76.3^{\text{ème}}$ percentile de la distribution d'échantillonnage.
- Pour considérer $\bar{x} = 30.5$ comme inattendue, il faudrait accepter de considérer comme inattendues entre 23.7% et 47.4% des valeurs issues de la distribution d'échantillonnage.
- Le choix de α a des conséquences importantes.
- En biologie, on utilise classiquement $\alpha = 0.05$.



Retour aux ballons-sondes

- La valeur observée $\bar{x} = 30.5$ est le $76.3^{\text{ème}}$ percentile de la distribution d'échantillonnage.
- Pour considérer $\bar{x} = 30.5$ comme inattendue, il faudrait accepter de considérer comme inattendues entre 23.7% et 47.4% des valeurs issues de la distribution d'échantillonnage.
- Le choix de α a des conséquences importantes.
- En biologie, on utilise classiquement $\alpha = 0.05$.
- $\alpha = 0.05$ signifie qu'on accepte de qualifier d'inattendues 5% des valeurs obtenues simplement au hasard.



Formalisation : Test d'hypothèses

- On veut savoir si l'espérance μ de l'altitude d'explosion du ballon sonde correspond à la valeur μ_0 indiquée par Météo-France.
- Un échantillon nous renseigne sur μ, puisque $\hat{\mu} = \bar{X}$.
- Si on la connaît, on utilise la distribution d'échantillonnage de $\bar{X}$ en supposant $\mu = \mu_0$.
- On définit des seuils au delà desquels une valeur observée de $\bar{X}$ est considérée comme inattendue dans cette distribution.
- Hypothèses mises en compétition :
  H_0 : $\mu = \mu_0$ (Hypothèse nulle).
  H_1 : $\mu \neq \mu_0$ ou $\mu > \mu_0$ (Hypothèse alternative).
- Après s'être assuré que la distribution d'échantillonnage est connue, on calcule $t_{\text{obs}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}}}$ (version centrée-réduite de $\bar{X}$).
- On compare t_{obs} à une valeur seuil déterminée pour un risque de première espèce α
- On conclut, à propos du test ainsi que de façon concrète.

Exemple de déroulement d'un test d'hypothèse

1. **Choix du test** : On veut savoir si l'altitude moyenne d'éclatement des ballons-sondes lancés de Cayenne-Matoury correspond à ce qui est annoncé sur le site de Météo-France (30 km). C'est un test de conformité à une moyenne théorique de $\mu_0 = 30$ km. Comme σ^2 est inconnue on utilise la loi de Student (test t).
   Remarque : Comme n est grand, on peut aussi utiliser la loi normale (test z).
2. **Conditions d'application** : On a un échantillon de $n = 52$ observations. Ceci est suffisant pour obtenir une convergence vers la loi Normale et par conséquent les conditions d'application sont respectées.
3. **Hypothèses mises en concurrence** :
   $H_0 : \mu = \mu_0$
   $H_1 : \mu \neq \mu_0$
4. **Calcul de la statistique du test** :

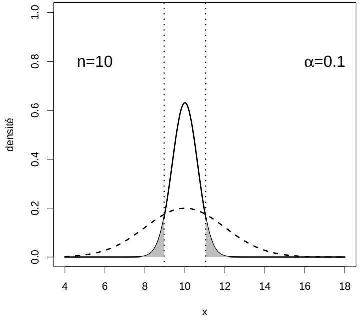
$$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}}} = \frac{30.52 - 30}{\sqrt{\frac{27.41}{52}}} = 0.72$$

Exemple de déroulement d'un test d'hypothèse

4. **Calcul de la statistique du test** :$t = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n}}} = \frac{30.52-30}{\sqrt{\frac{27.41}{52}}} = 0.72$
5. **Comparaison avec la valeur seuil issue de la table** : Pour 51 ddl, la loi de Student converge vers la loi normale On peut donc utiliser la table de l'écart-réduit. On obtient $\varepsilon_{\alpha=0.05} = 1.960$. On a $|z| < \varepsilon_{\alpha=0.05}$.
6. **Conclusions** : On ne peut donc pas rejeter H_0 avec un risque de première espèce de 5%. L'altitude moyenne d'explosion des ballons-sondes lancés de Cayenne-Matoury est conforme à l'altitude théorique $\mu_0 = 30$. Il demeure un risque de deuxième espèce β inconnu que H_0 soit fausse mais que le test appliqué ne permette pas de le détecter.

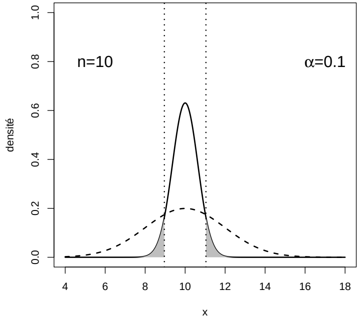
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.



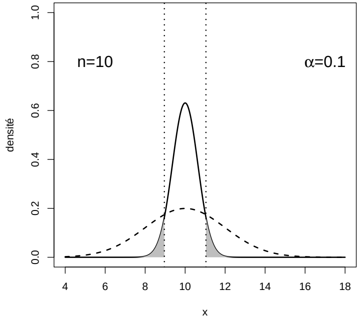
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.



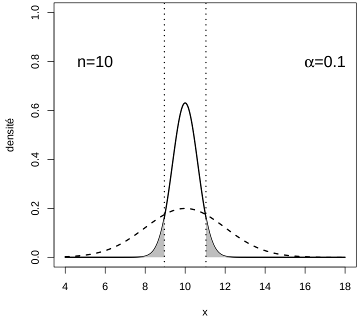
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.



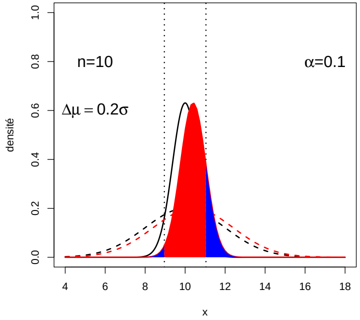
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.



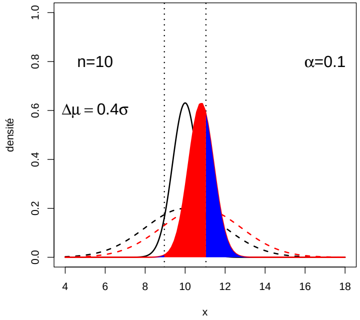
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2



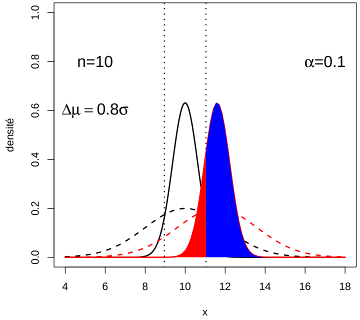
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2



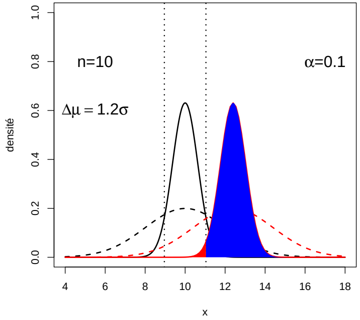
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2



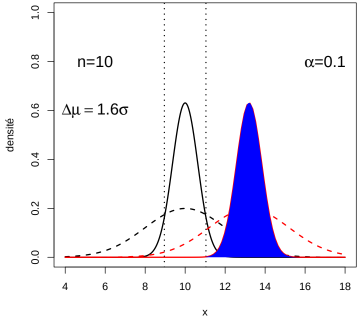
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2



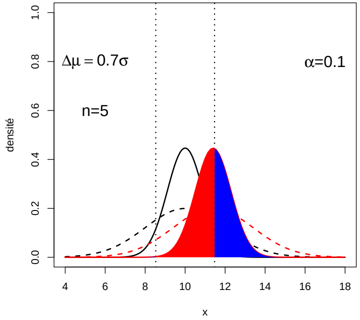
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2



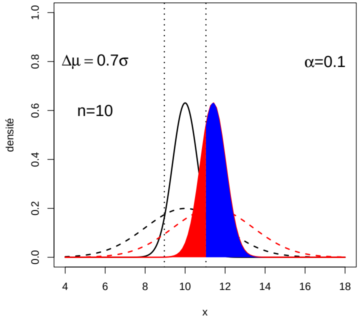
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.



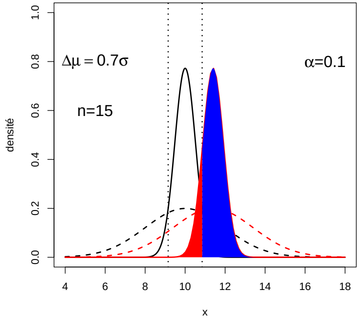
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.



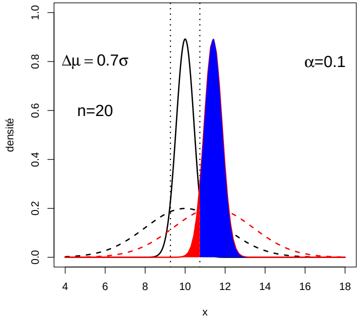
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.



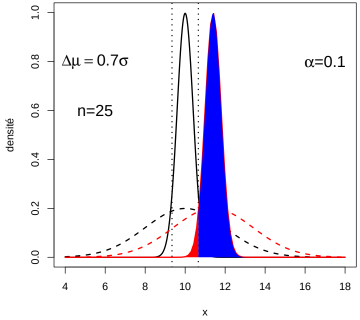
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.



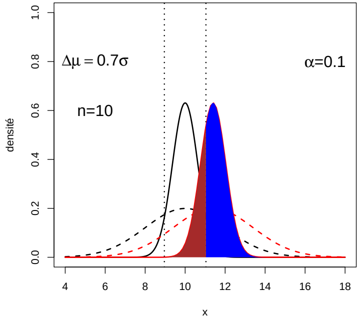
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.
- β dépend de α



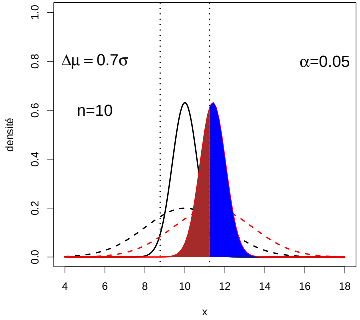
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.
- β dépend de α



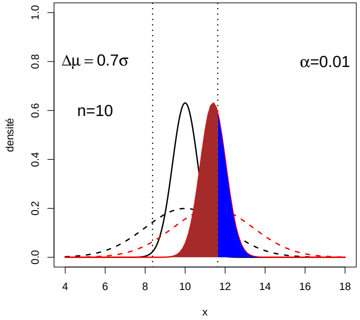
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.
- β dépend de α



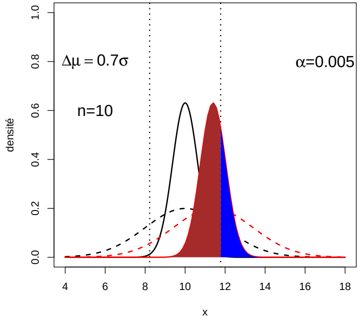
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.
- β dépend de α



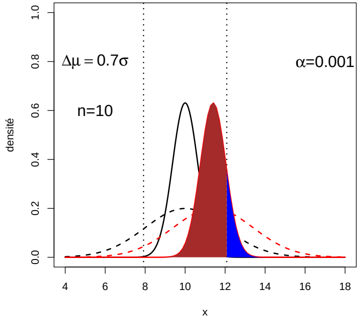
Le risque de deuxième espèce β

- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.
- β dépend de α



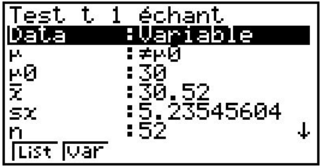
Le risque de deuxième espèce β

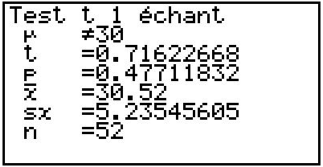
- Le statisticien connaît la distribution de la statistique du test sous H_0.
- Il choisit d'utiliser un risque de première espèce α : les valeurs les plus extrêmes sont considérées comme inattendues sous l'hypothèse H_0.
- α est la probabilité de rejeter H_0 lorsque H_0 est vraie.
- β est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors que H_0 est fausse.
- β dépend des vraies valeur de μ et σ^2
- β dépend de n.
- β dépend de α

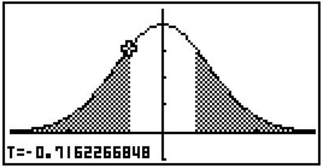


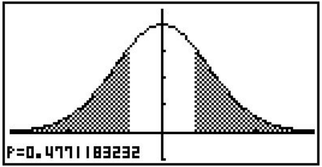
Avec vos calculatrices casio

On choisit le menu "statistique"
MENU 2
On choisit "test" puis "t" puis "1-s"
F3 F2 F1



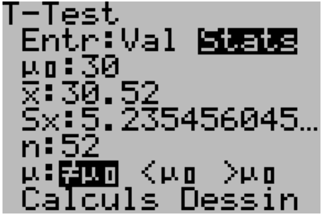


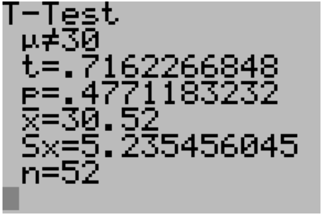


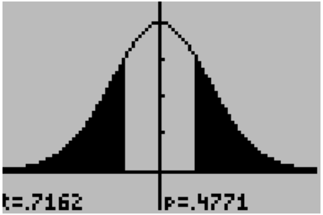


Attention : la calculatrice demande l'estimation de l'écart-type dans la population sx que nous notons $\sqrt{\hat{\sigma}^2}$

Avec vos calculatrices TI



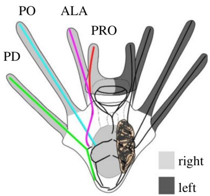


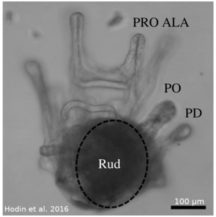


Attention : la calculatrice demande l'estimation de l'écart-type dans la population Sx que nous notons $\sqrt{\hat{\sigma}^2}$

Exemple : Asymétrie directionnelle

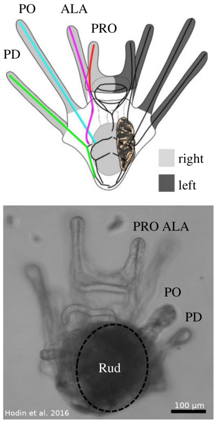
- Larve pluteus d'oursin 37 jours après la fécondation.





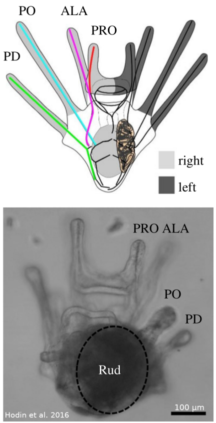
Exemple : Asymétrie directionnelle

- Larve pluteus d'oursin 37 jours après la fécondation.
- Métamorphose : la larve à symétrie bilatérale acquiert une symétrie radiée d'ordre 5.



Exemple : Asymétrie directionnelle

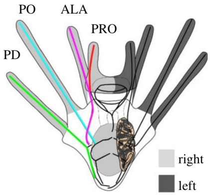
- Larve pluteus d'oursin 37 jours après la fécondation.
- Métamorphose : la larve à symétrie bilatérale acquiert une symétrie radiée d'ordre 5.
- Données : longueurs des bras antérolatéraux (ALA) droit et gauche chez *Dendraster excentricus*.

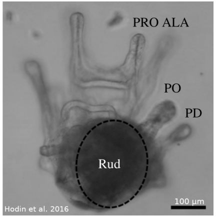


Exemple : Asymétrie directionnelle

- Larve pluteus d'oursin 37 jours après la fécondation.
- Métamorphose : la larve à symétrie bilatérale acquiert une symétrie radiée d'ordre 5.
- Données : longueurs des bras antérolatéraux (ALA) droit et gauche chez *Dendraster excentricus*.

	$n = 29$ larves mesurées (en µm)		
	bras gauche	bras droit	$\Delta(\text{droit} - \text{gauche})$
$\sum x$	1.64×10^4	1.9×10^4	2660
$\sum x^2$	9.54×10^6	1.31×10^7	6.38×10^5
$\bar{x}$	564	656	91.7
s^2	1.04×10^4	2.11×10^4	1.36×10^4





Test sur des données appariées

- On voudrait tester une asymétrie droite/gauche.

Test sur des données appariées

- On voudrait tester une asymétrie droite/gauche.
- L'hypothèse nulle (que l'on souhaite rejeter) est donc $H_0 : \mu_{\text{droite}} = \mu_{\text{gauche}}$.

Test sur des données appariées

- On voudrait tester une asymétrie droite/gauche.
- L'hypothèse nulle (que l'on souhaite rejeter) est donc $H_0 : \mu_{\text{droite}} = \mu_{\text{gauche}}$.
- Ce n'est donc pas un test de conformité à une moyenne théorique du type $H_0 : \mu = \mu_0$.

Test sur des données appariées

- On voudrait tester une asymétrie droite/gauche.
- L'hypothèse nulle (que l'on souhaite rejeter) est donc $H_0 : \mu_{\text{droite}} = \mu_{\text{gauche}}$.
- Ce n'est donc pas un test de conformité à une moyenne théorique du type $H_0 : \mu = \mu_0$.
- Mais les données sont non indépendantes et **appariées** : pour chaque larve, on a deux données (droite et gauche).

Test sur des données appariées

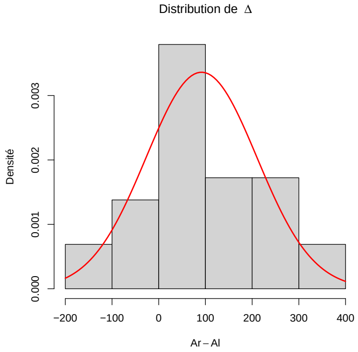
- On voudrait tester une asymétrie droite/gauche.
- L'hypothèse nulle (que l'on souhaite rejeter) est donc $H_0 : \mu_{\text{droite}} = \mu_{\text{gauche}}$.
- Ce n'est donc pas un test de conformité à une moyenne théorique du type $H_0 : \mu = \mu_0$.
- Mais les données sont non indépendantes et **appariées** : pour chaque larve, on a deux données (droite et gauche).
- On peut donc appliquer un test de conformité de la différence $H_0 : \mu_{\text{droite}-\text{gauche}} = 0$

Test sur des données appariées

1. On utilise un test pour des petits échantillons ($n = 29$) pour lesquels la variance est inconnue : test t de Student.

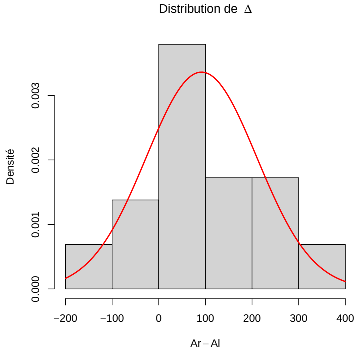
Test sur des données appariées

1. On utilise un test pour des petits échantillons ($n = 29$) pour lesquels la variance est inconnue : test t de Student.
2. Conditions d'utilisation : il faut que la grandeur considérée ($\Delta_{\text{droite}-\text{gauche}}$) suive une loi normale.



Test sur des données appariées

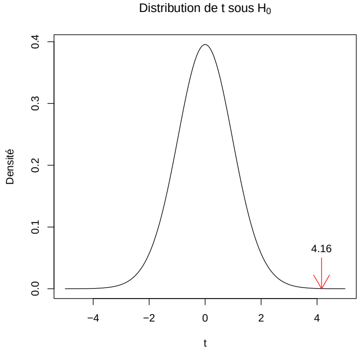
1. On utilise un test pour des petits échantillons ($n = 29$) pour lesquels la variance est inconnue : test t de Student.
2. Conditions d'utilisation : il faut que la grandeur considérée ($\Delta_{\text{droite}-\text{gauche}}$) suive une loi normale.
3. Les hypothèses mises en concurrence sont :$H_0 : \mu_\Delta = 0$ et $H_1 : \mu_\Delta \neq 0$



Test sur des données appariées

1. On utilise un test pour des petits échantillons ($n = 29$) pour lesquels la variance est inconnue : test t de Student.
2. Conditions d'utilisation : il faut que la grandeur considérée ($\Delta_{\text{droite}-\text{gauche}}$) suive une loi normale.
3. Les hypothèses mises en concurrence sont :$H_0 : \mu_\Delta = 0$ et $H_1 : \mu_\Delta \neq 0$
4. Calcul de la statistique du test :

$$\hat{\sigma}^2_\Delta = \frac{29}{28} 1.36 \times 10^4 \qquad t = \frac{91.7}{\sqrt{\frac{1.41 \times 10^4}{29}}} = 4.16$$

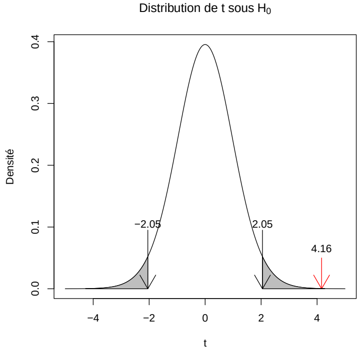


Test sur des données appariées

1. On utilise un test pour des petits échantillons ($n = 29$) pour lesquels la variance est inconnue : test t de Student.
2. Conditions d'utilisation : il faut que la grandeur considérée ($\Delta_{\text{droite}-\text{gauche}}$) suive une loi normale.
3. Les hypothèses mises en concurrence sont :$H_0 : \mu_\Delta = 0$ et $H_1 : \mu_\Delta \neq 0$
4. Calcul de la statistique du test :

$$\hat{\sigma}^2_\Delta = \frac{29}{28} 1.36 \times 10^4 \qquad t = \frac{91.7}{\sqrt{\frac{1.41 \times 10^4}{29}}} = 4.16$$

5. On compare t avec $t_{\alpha=0.05,\, 28\, ddl} = 2.048$.

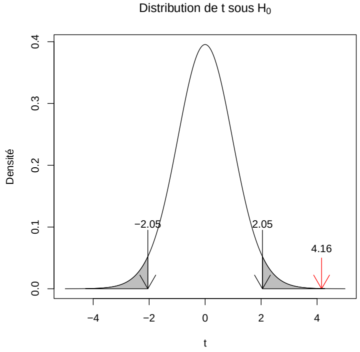


Test sur des données appariées

1. On utilise un test pour des petits échantillons ($n = 29$) pour lesquels la variance est inconnue : test t de Student.
2. Conditions d'utilisation : il faut que la grandeur considérée ($\Delta_{\mathrm{droite-gauche}}$) suive une loi normale.
3. Les hypothèses mises en concurrence sont :H_0 : $\mu_\Delta = 0$ et H_1 : $\mu_\Delta \neq 0$
4. Calcul de la statistique du test :

$$\hat{\sigma}^2_\Delta = \frac{29}{28} 1.36 \times 10^4 \qquad t = \frac{91.7}{\sqrt{\frac{1.41 \times 10^4}{29}}} = 4.16$$

5. On compare t avec $t_{\alpha=0.05,\,28\,ddl} = 2.048$.
6. $t > t_{\alpha=0.05,\,28\,ddl}$ donc on rejette H_0 avec un risque $\alpha = 5\%$. Chez les larves pluteus de 37 jours, le bras gauche est en moyenne plus court que le droit.



Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.
- Déroulement précis à mettre en œuvre.

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.
- Déroulement précis à mettre en œuvre.
- Valeurs critiques lues dans la table de t (σ^2 inconnue) ou de l'écart réduit (n grand ou σ^2 connue).

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.
- Déroulement précis à mettre en œuvre.
- Valeurs critiques lues dans la table de t (σ^2 inconnue) ou de l'écart réduit (n grand ou σ^2 connue).
- Risque α maîtrisé : risque de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie (souvent $\alpha = 0.05$ en biologie).

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.
- Déroulement précis à mettre en œuvre.
- Valeurs critiques lues dans la table de t (σ^2 inconnue) ou de l'écart réduit (n grand ou σ^2 connue).
- Risque α maîtrisé : risque de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie (souvent $\alpha = 0.05$ en biologie).
- Risque β inconnu : risque d'accepter H_0 alors qu'elle est fausse.

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.
- Déroulement précis à mettre en œuvre.
- Valeurs critiques lues dans la table de t (σ^2 inconnue) ou de l'écart réduit (n grand ou σ^2 connue).
- Risque α maîtrisé : risque de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie (souvent $\alpha = 0.05$ en biologie).
- Risque β inconnu : risque d'accepter H_0 alors qu'elle est fausse.
- Applicable aussi avec des données appariées.

Test de conformité à une moyenne théorique. Conclusions

- Test de conformité à une moyenne théorique μ_0 :

$$H_0 : \mu = \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \geqslant \mu_0, \text{ ou } H_0 : \mu \leqslant \mu_0$$

- Lien avec l'intervalle de confiance de μ, conditions d'application identiques.
- Déroulement précis à mettre en œuvre.
- Valeurs critiques lues dans la table de t (σ^2 inconnue) ou de l'écart réduit (n grand ou σ^2 connue).
- Risque α maîtrisé : risque de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie (souvent $\alpha = 0.05$ en biologie).
- Risque β inconnu : risque d'accepter H_0 alors qu'elle est fausse.
- Applicable aussi avec des données appariées.
- Comment tester l'égalité des moyennes de deux populations à partir de deux échantillons non appariés ?