Chapitre 2

Primitives - Intégration

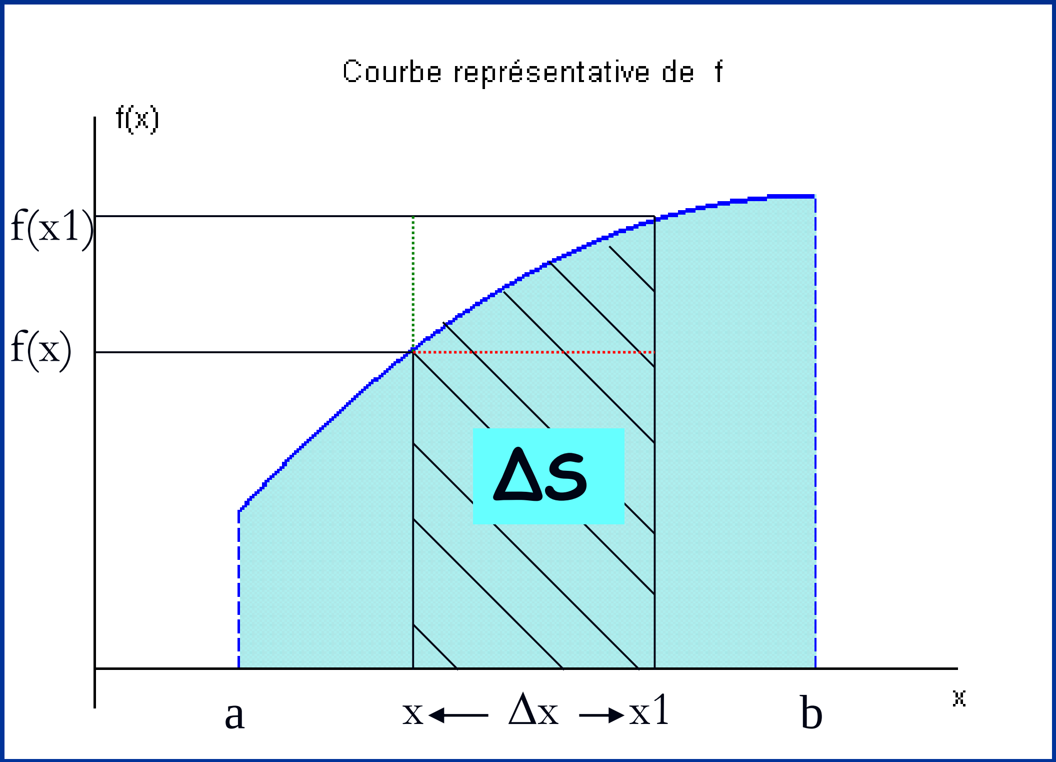
Notation

$$dy = f'(x)dx \longrightarrow y = \int f'(x)dx = f(x)$$

Propriétés

$$\int [af(x) + b\, g(x)]dx = a \int f(x)dx + b \int g(x)\, dx$$

Interprétation géométrique



$$f(x)\Delta x < \Delta S < f(x+\Delta x)\Delta x$$

$$\Leftrightarrow \; f(x) < \frac{\Delta S}{\Delta x} < f(x+\Delta x)$$

$$\Delta x \to 0 \;\Rightarrow\; f(x+\Delta x) \to f(x)$$

$$\text{d'où} : \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta x} = f(x) = S'(x)$$

f définie sur [a ; b]

Formules intégrales

f(x)	F(x)
a	ax+C
$U'U^n$	$\frac{U^{n+1}}{n+1}+C$
$-U'\sin(U)$	$\cos(U)+C$
$U'\cos(U)$	$\sin(U)+C$
$\frac{U'}{U}$	$\ln\lvert U\rvert+C$
$U'e^U$	e^U+C
$U'(1+tg^2U)$	$tg(U)+C$

Intégration par partie

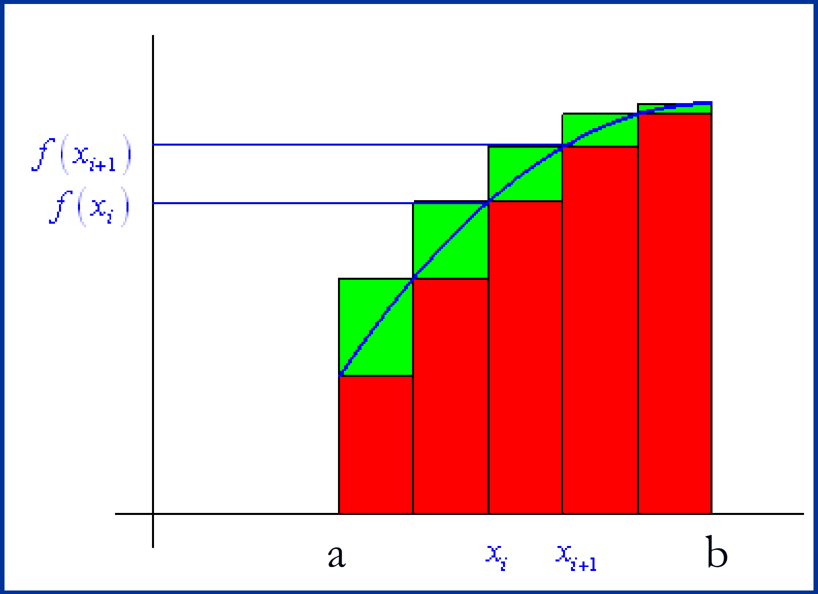
Soient $u(x)$ et $v(x)$ deux fonctions dérivables sur un même intervalle $[a,b]$ et f une fonction continue sur $[a,b]$ telle que $f(x) = u(x)v'(x)$. Alors :

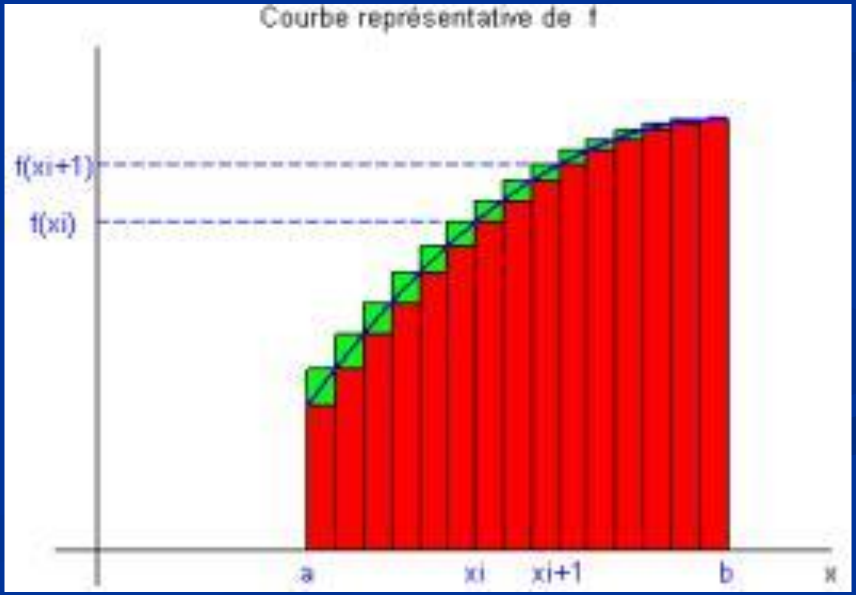
$$\int f(x)\,dx = \int u(x)v'(x)\,dx = \left[u(x)v(x)\right] - \int u'(x)v(x)\,dx$$

Intégrale définie

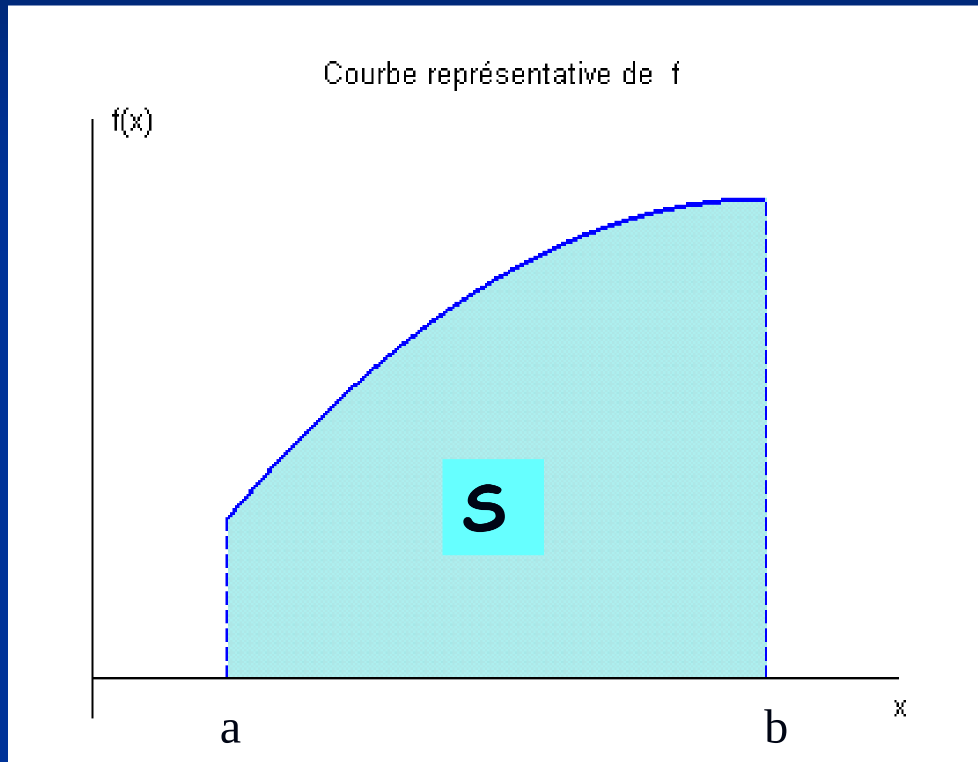
$$S_{\min} < S < S_{\max}$$

$$S = \int_a^b f(x)\,dx$$





Intégrale définie



$$S = \int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Propriétés

$$\int_a^a f(x)\,dx = 0$$

$$\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$$

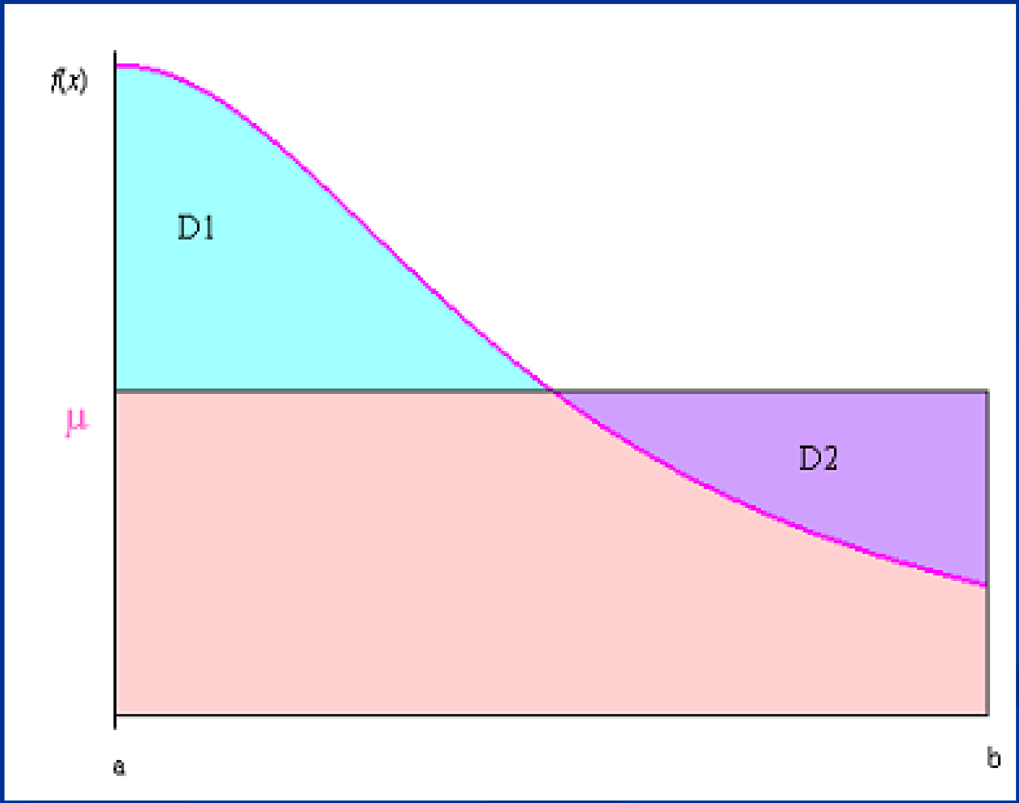
$$f(x) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \int_a^b f(x)\,dx \geq 0$$

$$f(x) \leq g(x) \quad \Rightarrow \quad \int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$$

Relation de CHASLES : $\displaystyle \int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$

Valeur moyenne

$$\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$



Aire d'un domaine

$$D = (x, y) \in \mathrm{IR}^2 / 0 \le x \le 1 \text{et } x^2 \le y \le x$$