

Université Claude Bernard - Lyon 1
Licence - Biologie Et Modélisation
5 novembre 2025

Contrôle Continu
Durée : 90 minutes

Tous documents et ordinateurs autorisés
Répondre directement sur le sujet

NOM : Prénom :

1 Graphiques de base

DANS l'espèce humaine, il naît légèrement plus de garçons que de filles. Par exemple, sur 14000 naissances on a observé 7200 garçons et 6800 filles. Donner le code  permettant de ranger cette observation dans le vecteur `obs`.

```
obs  
[1] 7200 6800
```

Réponse :

ON souhaite vérifier que l'on ne s'est pas trompé et que la somme de tous les éléments du vecteur `obs` fait bien 14000. Donner le code  permettant de faire cette vérification.

```
[1] 14000
```

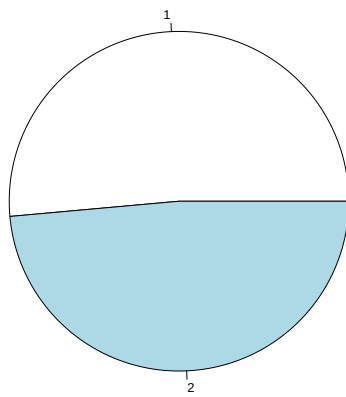
Réponse :

DONNER le code  permettant de calculer le *pourcentage* de garçons et de filles et de ranger le résultat dans le vecteur `pct`.

```
pct
[1] 51.42857 48.57143
```

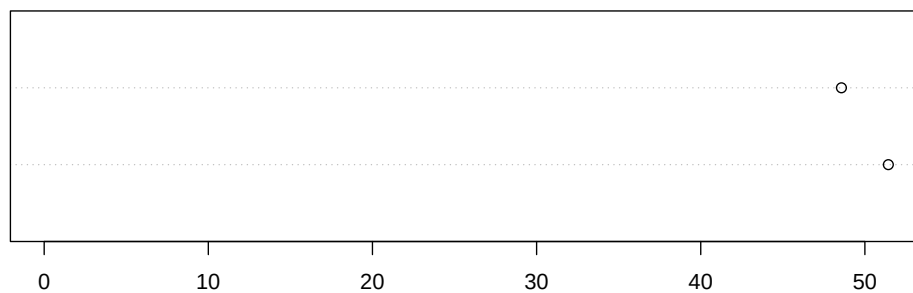
Réponse :

DONNER le code  permettant de faire la représentation graphique suivante à partir du vecteur `pct`.



Réponse :

DONNER le code  permettant de faire la représentation graphique suivante à partir du vecteur `pct`.



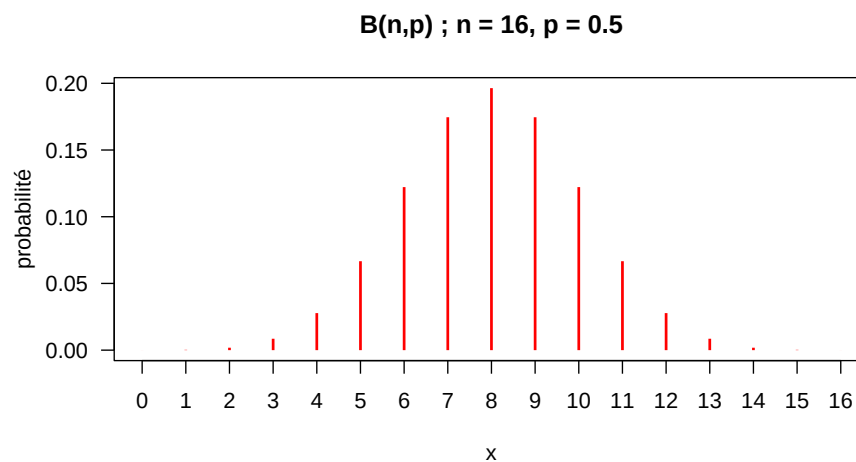
Réponse :

DES deux représentations graphiques précédentes, laquelle vous paraît-elle préférable et pourquoi ?

Réponse :

2 Lois de probabilité

ON considère une variable aléatoire X distribuée selon une loi binomiale de paramètres $n = 16$ et $p = 0.5$. Comment appelle-t-on la représentation graphique suivante ?



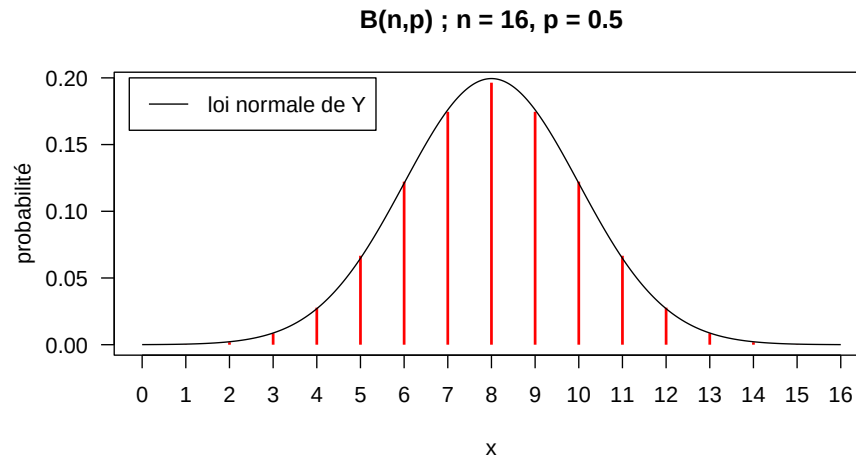
Réponse :

DONNER la commande  permettant de calculer la probabilité pour que X soit égale à 6, soit $P(X = 6)$.

[1] 0.1221924

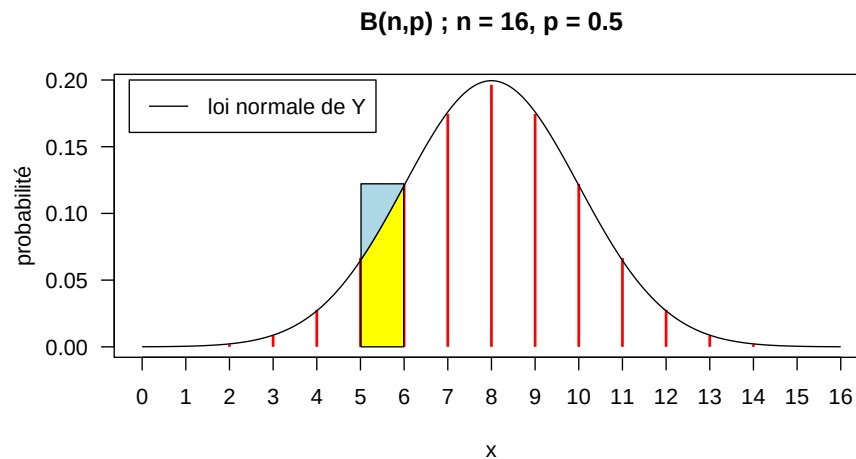
Réponse :

ON considère la variable aléatoire Y distribuée selon une loi de LAPLACE-GAUSS, dite loi normale, de paramètres $\mu = np$ et $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$. Qu'illustre la représentation graphique suivante ?



Réponse :

ON souhaite utiliser la fonction de répartition de la loi normale (`pnorm()`) pour calculer approximativement $P(X = 6)$. Si on intègre de 5 à 6 ($P(5 < Y \leq 6)$, soit la surface en jaune) il va nous manquer la surface en bleu. Donner le code  permettant de calculer cette $P(5 < Y \leq 6)$.

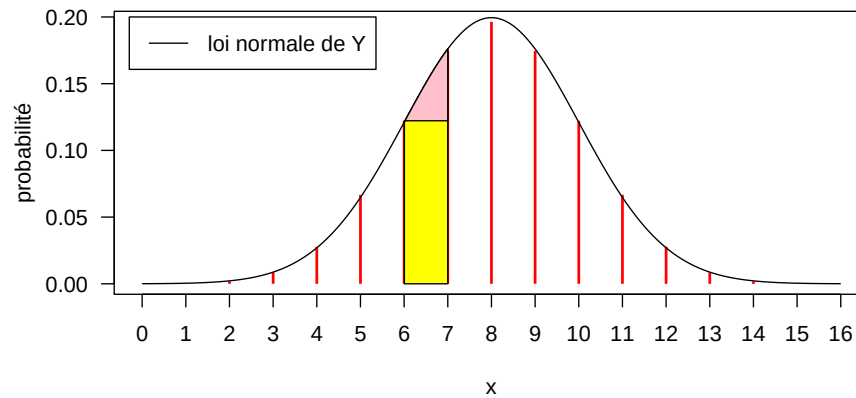


[1] 0.09184805

Réponse :

Si on intègre de 6 à 7 on va compter en trop la surface en rose. Donner le code `R` permettant de calculer cette deuxième approximation.

B(n,p) ; n = 16, p = 0.5

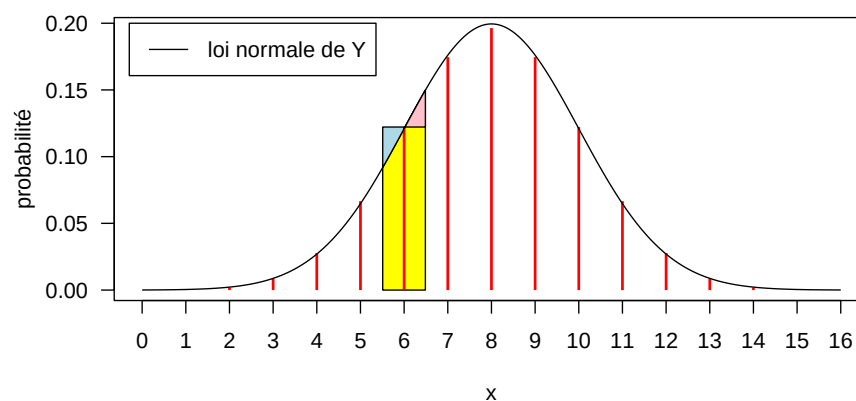


[1] 0.1498823

Réponse :

On décide donc de couper la poire en deux (on dit que l'on fait une *correction de continuité*) et d'intégrer de 5.5 à 6.5. La surface manquante en bleu va être partiellement compensée par la surface en trop en rose. Donner le code `R` permettant de calculer cette troisième approximation.

B(n,p) ; n = 16, p = 0.5



[1] 0.1209776

Réponse :

DONNER le code  permettant de tester l'égalité (`all.equal()`) entre la valeur exacte de $P(X = 6)$ obtenue avec la loi binomiale et cette dernière approximation (dans cet ordre).

```
[1] "Mean relative difference: 0.009941733"
```

Réponse :

L'analyse précédente réunit à l'avantage de démontrer ce théorème celui d'assigner la probabilité que, dans un grand nombre n de coups, le rapport des arrivées de chaque événement sera compris dans des limites données. Supposons, par exemple, que les facilités des naissances des garçons et des filles soient dans le rapport de 18 à 17, et qu'il naisse dans une année 14 000 enfants; on demande la probabilité que le nombre des garçons ne surpassera pas 7363, et ne sera pas moindre que 7037.

Dans ce cas, on a

$$p = \frac{18}{35}, \quad x = 7200, \quad x' = 6800, \quad n = 14000, \quad l = 163;$$

la formule (o) donne à fort peu près 0,994303 pour la probabilité cherchée.

Figure 1: Copie d'écran extrait de la *Théorie analytique des probabilités* de LAPLACE [1, p. 286].

3 La copie de Pierre-Simon Laplace

L'ÉTUDIANT Pierre-Simon LAPLACE a rendu une copie (figure 1 page 7) dans laquelle il utilise la loi normale pour approximer une loi binomiale de paramètre $n = 14000$ et $p = \frac{18}{18+17}$. On note Z une variable aléatoire distribuée selon cette loi binomiale. Il cherche à calculer $P(7037 \leq Z \leq 7363)$. Donner le code  permettant de calculer la valeur exacte de cette probabilité en utilisant la fonction de densité de probabilité de Z .

[1] 0.9943058

Réponse :

DONNER le code  permettant de calculer la valeur exacte de cette probabilité, mais de façon plus élégante, en utilisant la fonction de répartition de Z .

[1] 0.9943058

Réponse :

DONNER le code  permettant de calculer de façon approximative cette probabilité avec la loi normale *sans* correction de continuité.

[1] 0.9941546

Réponse :

DONNER le code  permettant d'apprécier l'écart entre la valeur de 0.994303 donnée par LAPLACE et cette dernière valeur (dans cet ordre).

[1] "Mean relative difference: 0.0001492828"

Réponse :

DONNER le code  permettant de calculer de façon approximative cette probabilité avec la loi normale *avec* correction de continuité.

[1] 0.9943039

Réponse :

DONNER le code  permettant d'apprécier l'écart entre la valeur de 0.994303 donnée par LAPLACE et cette dernière valeur (dans cet ordre).

[1] "Mean relative difference: 9.401495e-07"

Réponse :

AU vu des résultats précédents, pensez-vous que l'étudiant Pierre-Simon LAPLACE utilisait une correction de continuité ? Quelle appréciation porteriez-vous sur sa copie ?

Réponse :

References

- [1] P.-S. Laplace. *Théorie analytique des probabilités*. Veuve Courcier, Paris, France, 1812.