

Mathématiques pour les Sciences de la Vie

Instructions

Ce formulaire sera analysé par lecture optique, toute intervention manuelle rendue nécessaire par le non-respect des règles ci-dessous introduira un délai dans le traitement de votre copie et sera susceptible d'être sanctionnée par un retrait de points.

- Pour sélectionner une case, remplissez-la intégralement au stylo à bille en **noir** : $\square \rightarrow \blacksquare$.
- Ne pas utiliser de crayon à papier.

- Pour corriger effacez la case avec du correcteur blanc (ex. Tipp-Ex[®]).
- N'inscrivez rien dans l'en-tête ou dans les marges des pages.
- Il n'y a qu'une réponse juste pour chaque question.
- Une réponse fautive donne des points négatifs.

Identité

Renseignez les champs ci-dessous et codez votre numéro d'étudiant ci-contre.

NOM et PRÉNOM :

.....

Numéro d'étudiant :

.....

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

MathSV : Seconde session 2017-2018 - 19 juin 2018 14h00 - Durée 90 minutes

Question 1 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 1 + x - \frac{2x}{1+x^2}$.

Que vaut $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ | <input type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ |
| <input type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ |

Question 2 Soit f la fonction définie par $f(x) = x^4 + 2x^2 + 8\sqrt{x}$. Quelle est la fonction dérivée de f ?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $f'(x) = 8(x + \frac{1}{\sqrt{x}})$ | <input checked="" type="checkbox"/> $f'(x) = 4(x^3 + x + \frac{1}{\sqrt{x}})$ |
| <input type="checkbox"/> $f'(x) = 4(x^2 + x + \frac{4}{\sqrt{x}})$ | <input type="checkbox"/> $f'(x) = 4(x^3 + x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ |

Question 3 Quelle est la valeur de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 + x^5 - 1}{6x^3 + 3x^5 - x} \right)$?

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $+\infty$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{2}$ |
| <input type="checkbox"/> Cette limite n'existe pas | <input checked="" type="checkbox"/> $\frac{1}{3}$ |

Question 4 Soit g une fonction impaire définie dérivable sur son domaine de définition D_g . Que peut-on dire de g' ?

- | | |
|---|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> g' est paire. | <input type="checkbox"/> g' est impaire. |
| <input type="checkbox"/> g' est constante. | <input type="checkbox"/> g' n'est ni paire ni impaire. |

Question 5 Laquelle des propositions suivantes est vraie ?

- | | | | |
|--|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> $e^{a-b} = e^a + e^b$ | <input checked="" type="checkbox"/> $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$ | <input type="checkbox"/> $e^{a-b} = e^a - e^b$ | <input type="checkbox"/> $e^{a-b} = e^a e^b$ |
|--|---|--|--|

CORRECTION

Question 6 Si A et B sont deux événements incompatibles, alors :

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
 $P(A) = 1 - P(B)$
 $P(A \cup B) = P(A)$
 $P(A \cap B) = 1$

Question 7 Si le fait qu'un événement se produise n'a pas de conséquence sur la probabilité qu'un autre se produise alors on dit que les deux événements sont :

- mutuellement exclusifs.
 liés.
 incompatibles.
 indépendants.

Question 8 Dans un élevage de rats, 2% des individus souffrent d'une maladie. Par ailleurs, il y a 48% de mâles et 52% de femelles et la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population soit un mâle malade est de 0.018. Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population soit une femelle non-malade ?

- 0.518
 0.534
 0.462

Question 9 X suit la loi Normale (μ, σ^2) . On sait que $P(X \leq 3) = 0.5$ et $P(X \geq 30) = 0.09$. Déterminez μ et σ^2 .

- $\mu = 3, \sigma^2 = 20.13$
 $\mu = 3, \sigma^2 = 30$
 $\mu = 3, \sigma^2 = 405.39$
 $\mu = 0.5, \sigma^2 = 405.39$

Question 10 On dispose de trois pièces de monnaie truquées. La probabilité de tomber sur pile est de :

- 0.6 pour la pièce 1,
- 0.4 pour la pièce 2,
- 0.3 pour la pièce 3.

On choisit une pièce au hasard (de façon équiprobable) et on la lance. Quelle est la probabilité de tomber sur pile ?

- 56.7%
 50%
 43.3%
 33.3%

Question 11 La variable aléatoire X peut prendre quatre valeurs (4, 7, 9, 10) avec les probabilités suivantes :

Valeur k	4	7	9	10
Probabilité $P(X = k)$	0.4	0.1	0.3	0.2

Quelle est la variance de X ?

- 34.66
 55.6
 5.25
 6.6

Question 12 Dans une compétition d'athlétisme, une course par équipe composée de 10 coureurs impose que tous les membres d'une même équipe franchissent la ligne d'arrivée sinon l'équipe est disqualifiée. Chaque coureur a une probabilité de 0.05 de faire une chute l'empêchant de finir la course. Quelle est la probabilité que l'équipe soit disqualifiée ?

- 0.50
 9.77×10^{-14}
 0.4013

Question 13 On estime que le taux d'explosion de supernova dans une galaxie de la taille de la voie-lactée est de deux explosions par siècle.

Quelle est la probabilité qu'il se produise exactement deux explosions de supernovae dans la voie-lactée pendant les prochaines 130 années ?

- 0.7824
 0.2176
 0.749
 0.251

Question 14 X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale $\mathcal{B}(30, 0.2)$. Déterminez $E(X)$ et $V(X)$.

$E(X) = 30, V(X) = 0.04$

$E(X) = 30, V(X) = 0.2$

$E(X) = 6, V(X) = 4.8$

$E(X) = 6, V(X) = 2.19$

Question 15 Lorsque l'on pèse un objet de masse m sur une balance, la valeur indiquée par la balance est $m + \varepsilon$ où ε est une variable aléatoire correspondant à l'erreur de mesure.

Sur une (mauvaise) balance de cuisine, la notice d'utilisation indique que pour des masses comprises entre 1 et 2 kg, l'erreur de mesure ε suit la loi normale d'espérance 0 g et d'écart-type 46 g. Avec cette balance, on a mesuré 7 fois la masse d'un même objet. On a obtenu les mesures m_i suivantes (exprimées en kg).

1.296	1.318	1.372	1.419	1.399	1.367	1.384
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

On donne :

$$\sum_{i=1}^7 m_i = 9.555 \quad \sum_{i=1}^7 m_i^2 = 13.054031$$

Donnez un intervalle de confiance à 99% de la masse m de l'objet pesé, exprimée en kg.

$1.3225 \leq m \leq 1.4075$

$1.3202 \leq m \leq 1.4098$

$1.3256 \leq m \leq 1.4044$

$1.3005 \leq m \leq 1.4295$

$1.3038 \leq m \leq 1.4262$

$1.3083 \leq m \leq 1.4217$

Question 16 Un dé à six faces non truqué a été lancé 3083 fois. Quelle est la probabilité d'avoir obtenu moins de 1537 fois un nombre inférieur ou égal à 3 sur ces 3083 lancers ?

0.5636

0.11

0.5438

0.4364

0.4562

0.16

Question 17 On a disposé $N = 200$ pièges le long d'un cours d'eau permettant de capturer une espèce de poisson. Ces pièges sont relevés après 24h et les poissons de l'espèce considérée ont été dénombrés. Les résultats de la capture sont donnés ci-dessous :

Nombre de poissons par piège (x_i)	0	1	2	3	4	5
Nombre de pièges (n_i)	86	82	22	7	2	1

Le nombre de poissons par piège, noté X , est ajusté selon une distribution de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$. Quelle formule utiliseriez-vous pour obtenir une estimation ponctuelle de λ ?

$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{200} x_i^2 n_i - \bar{x}^2$

$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^6 x_i n_i$

$\sum_{i=1}^6 x_i^2 n_i$

$\sum_{i=1}^6 n_i (x_i - \bar{x})^2$

$\sum_{i=1}^{200} x_i n_i$

Question 18 On a demandé à 100 personnes combien elles ont de frères et sœurs. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	6	7
Effectif	25	47	17	6	3	1	1

Donnez une estimation de la variance du nombre de frères et sœurs d'un individu dans la population.

1.2298

1.2237

1.4974

1.5125

CORRECTION