

Mathématiques pour les Sciences de la Vie

Instructions

Ce formulaire sera analysé par lecture optique, toute intervention manuelle rendue nécessaire par le non-respect des règles ci-dessous introduira un délai dans le traitement de votre copie et sera susceptible d'être sanctionnée par un retrait de points.

- Pour sélectionner une case, remplissez la intégralement au stylo à bille en **noir** : $\square \rightarrow \blacksquare$.
- Ne pas utiliser de crayon à papier.

- Pour corriger effacez la case avec du correcteur blanc (ex. Tipp-Ex[®]).
- N'inscrivez rien dans l'en-tête ou dans les marges des pages.
- Il n'y a qu'une réponse juste pour chaque question.
- Une réponse fausse donne des points négatifs.

Identité

Renseignez les champs ci-dessous et codez votre numéro d'étudiant ci-contre.

NOM et PRÉNOM :

.....

Numéro d'étudiant :

.....

0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3 3 3
4 4 4 4 4 4 4 4
5 5 5 5 5 5 5 5
6 6 6 6 6 6 6 6
7 7 7 7 7 7 7 7
8 8 8 8 8 8 8 8
9 9 9 9 9 9 9 9

MathSV : Seconde session 2016-2017 - 28 juin 2017 14h00 - Durée 90 minutes

Question 1 Si la limite de $f(x)$ est égale à b_0 en $+\infty$, alors que peut-on dire de \mathcal{C} , la courbe représentative de la fonction f ?

- $x = b_0$ est une asymptote horizontale de \mathcal{C} $y = b_0$ est une asymptote verticale de \mathcal{C}
 b_0 est une asymptote verticale de \mathcal{C} $y = b_0$ est une asymptote horizontale de \mathcal{C} .

Question 2 Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + \sqrt{x}$. Quelle est la fonction dérivée de f ?

- $f'(x) = 6(x^3 + x^2) + \frac{1}{2}\sqrt{x}$ $f'(x) = 6(x^2 + x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 $f'(x) = 12x + \frac{1}{0.5\sqrt{x}}$ $f'(x) = 2x^2 + 3x + 2\sqrt{x}$

Question 3 Que vaut la limite suivante : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^{3x} - 5e^x + 1}{3e^{2x} - 7e^{3x}}$

- $+\infty$ 0 $-\frac{2}{3}$ cette limite n'existe pas $-\frac{2}{7}$

Question 4 Soit f une fonction quelconque définie sur $D_f = \mathbb{R}$. Que peut-on dire de la fonction g définie par $g(x) = xf(x^2 + 1)$

- g est paire. g n'est ni paire ni impaire.
 $D_g = \mathbb{R}^+$. g est impaire.

Question 5 Laquelle des expressions suivantes est vraie ?

- $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ $\frac{a^b}{a^c} = a^{-(b \times c)}$ $\frac{a^b}{a^c} = a^{b/c}$ $\frac{a^b}{a^c} = a^b - a^c$

CORRECTION

Question 6 La probabilité d'être de groupe sanguin A⁺ vaut $\frac{1}{8}$; la probabilité d'être de groupe A⁻ vaut $\frac{2}{8}$. Quelle est la probabilité d'être de groupe A (c'est-à-dire d'être de groupe sanguin A⁻ ou A⁺)?

- $\frac{1}{8}$ $\frac{22}{64}$ $\frac{2}{8}$ $\frac{3}{8}$

Question 7 La probabilité qu'il fasse beau à Paris vaut $\frac{1}{3}$; la probabilité qu'il fasse beau à Nice vaut $\frac{2}{3}$; la probabilité qu'il fasse beau à la fois à Paris et à Nice vaut $\frac{2}{9}$. Quelle est la probabilité qu'il fasse mauvais à Paris?

- $\frac{7}{9}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$

Question 8 Dans un élevage de rats, 2 % des individus souffrent d'une maladie. Par ailleurs, il y a 48 % de mâles et 52 % de femelles et la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population soit un mâle malade est de 0.018. Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population soit une femelle malade?

- 0.020 0.002 0.052 0.518

Question 9 La variable aléatoire X suit la loi Normale $\mathcal{N}(\mu = 1.49, \sigma = 0.9)$. Que vaut $P(1.26 \leq X \leq 2.31)$?

- 0.422 0.603 1.216 0.819

Question 10 On dispose de trois pièces de monnaie truquées. La probabilité de tomber sur pile est de :

- 0.1 pour la pièce 1,
- 0.3 pour la pièce 2,
- 0.4 pour la pièce 3.

On choisit une pièce au hasard (de façon équiprobable) et on la lance.

La pièce est tombée sur pile. Quelle est la probabilité d'avoir choisi la pièce 2?

- 0.625 0.3333 0.3 0.375

Question 11 La variable aléatoire X peut prendre quatre valeurs (4, 6, 8, 9) avec les probabilités suivantes :

Valeur k	4	6	8	9
Probabilité $P(X = k)$	0.4	0.3	0.2	0.1

Quelle est l'espérance de X ?

- 6.75 1.475 3.29 5.9

Question 12 Une hirondelle a pondu 4 œufs. Pour chaque œuf pondu, la probabilité qu'un jeune éclore et survive jusqu'à l'envol est de $\frac{1}{2}$, indépendamment de la destinée des autres œufs. Quelle est la probabilité que 2 jeunes exactement atteignent l'âge de l'envol?

- 0.375 0.6875 0.3125 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

Question 13 Il se produit en moyenne une explosion de supernovae par décennie. Quelle est la probabilité que deux explosions aient lieu pendant la prochaine décennie?

- 0.349 0.184 0.194 0.368

CORRECTION

Question 14 On a mesuré la longueur des thorax de 16 drosophiles femelles exprimée en mm. Les résultats sont les suivants :

0.85	1.00	0.90	0.95	1.15	0.75	1.00	1.10
0.90	1.15	1.20	0.75	0.95	1.25	0.85	0.90

On donne par ailleurs

$$\sum_{i=1}^{16} x_i = 15.65 \quad \sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 15.6625.$$

Donnez une estimation de la moyenne et de la variance de la longueur du thorax des drosophiles femelles dans la population dont est issu l'échantillon.

$\hat{\mu} = 0.97812$ et $s^2 = 0.02218$

$\hat{\mu} = 0.97812$ et $\hat{\sigma}^2 = 0.0237$

$\hat{\mu} = 0.97812$ et $\hat{\sigma}^2 = 0.02218$

$\bar{x} = 0.97812$ et $s^2 = 0.0237$

Question 15 Lorsque l'on pèse un objet de masse m sur une balance, la valeur indiquée par la balance est $m + \varepsilon$ où ε est une variable aléatoire correspondant à l'erreur de mesure.

Sur une (mauvaise) balance de cuisine, la notice d'utilisation indique que pour des masses comprises entre 1 et 2 kg, l'erreur de mesure ε suit la loi normale d'espérance 0 g et d'écart-type 46 g. Avec cette balance, on a mesuré 7 fois la masse d'un même objet. On a obtenu les mesures m_i suivantes (exprimées en kg).

1.296	1.318	1.372	1.419	1.399	1.367	1.384
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

On donne :

$$\sum_{i=1}^7 m_i = 9.555 \quad \sum_{i=1}^7 m_i^2 = 13.054031$$

Donnez un intervalle de confiance à 99% de la masse m de l'objet pesé, exprimée en kg.

$1.3202 \leq m \leq 1.4098$

$1.3225 \leq m \leq 1.4075$

$1.3256 \leq m \leq 1.4044$

$1.3038 \leq m \leq 1.4262$

$1.3005 \leq m \leq 1.4295$

$1.3083 \leq m \leq 1.4217$

Question 16 L'ADN est constitué de quatre types de bases notées A (adénine), C (cytosine), G (guanine) et T (thymine). Le taux de GC dans le chromosome bactérien de la bactérie *Desulfurococcus mucosus* est de 51.3%.

Quelle est la probabilité d'observer plus de 359 nucléotides C ou G dans un fragment de 684 nucléotides du chromosome de *Desulfurococcus mucosus* ?

0.7324

0.6664

0.3336

0.2676

0.62

0.43

CORRECTION

Question 17 Pour un site web de partage de photographies, on veut estimer le nombre de photos téléchargées chaque minute par les internautes. Pour dix intervalles d'une minute pris au hasard dans la journée, on a compté le nombre de photos téléchargées par les internautes. Les résultats sont les suivants :

5282	5042	5968	6037	5625
5591	6311	5488	5620	5047

On donne les valeurs suivantes :

$$\sum x = 56\,011 \quad \sum x^2 = 315\,287\,061$$

En faisant l'approximation que le nombre de photos téléchargées par minute est normalement distribué, donnez un intervalle de confiance au risque de 5 % de la moyenne du nombre de photos téléchargées par minute.

- [5300 ; 5900] [5318 ; 5884] [5303 ; 5899]
 [5307 ; 5895] [5356 ; 5846]

Question 18 Dans le numéro de septembre 2008 du journal *Genetics*, on a mesuré la taille de 22 articles en comptant le nombre de pages p imprimées par article. On obtient les données suivantes :

nombre de pages p	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
nombre d'articles n_p	1	1	0	4	2	1	2	5	1	0	3	1	1

On donne

$$\sum_{p=6}^{18} pn_p = 266 \quad \sum_{p=6}^{18} pn_p^2 = 774 \quad \sum_{p=6}^{18} p^2 n_p = 3440 \quad \sum_{p=6}^{18} n_p = 22$$

À partir de cet échantillon, estimez l'écart-type (exprimé en nombre de pages) de la taille d'un article dans le journal *Genetics*.

- $\hat{\sigma}^2 = 10.66$ $s = 3.19$ $s^2 = 10.17$ $\hat{\sigma} = 3.26$

- Fin du sujet -