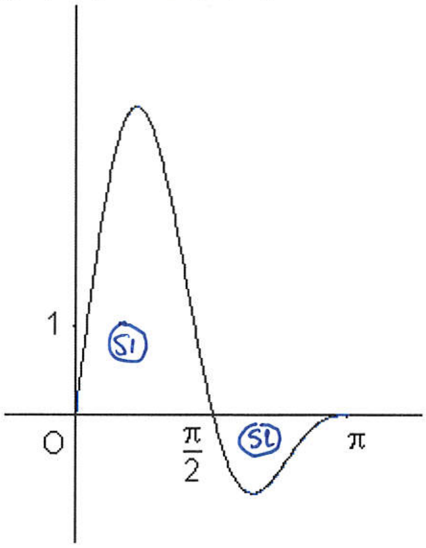
A5-Intégrales (test1)

Ce test de 13 questions va vous permettre d'évaluer vos connaissances sur les propriétés des intégrales (chapitre 5 du cours d'analyse).

1.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = 4\sin 2x \cos^2 \frac{x}{2}$.
On donne ci-dessous sa représentation graphique sur $[0\ ;\pi]$.



On a les résultats suivants :

$$\int_0^{\pi} f(x)\,dx \geqslant 0$$

- [x] Vrai
- [ ] Faux

S1 > S2

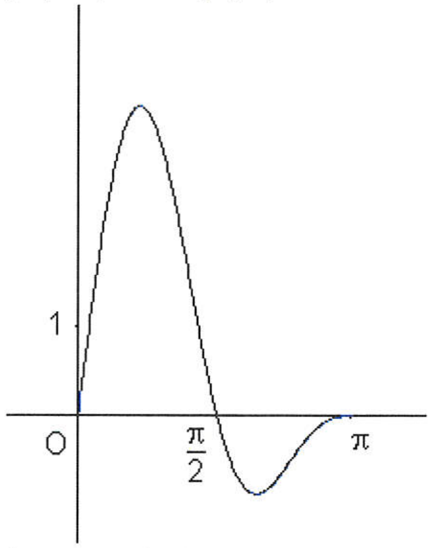
2.

Comme dans la question précédente,

Soit la fonction f définie sur IR par

$f(x) = 4\,sin\,2x\,cos^2\,\frac{x}{2}$.

On donne ci-dessous sa représentation graphique sur $[0\,;\,\pi]$.



On a les résultats suivants :

$$\int_0^{2\pi} f(x)\,dx = 0$$

- [x] Vrai   impaire avec $(\pi, 0)$ comme centre de symétrie
- [ ] Faux

3.

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx = \int_{-\pi/2}^{0} \cos x dx + \int_{0}^{\pi/2} \cos x dx$$

- [x] Vrai   Théorème de Charles
- [ ] Faux

4.

Pour toutes fonctions f et g dérivables sur $\mathbb{R}$

telles que $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} g(x)\,dx$,

on a :

pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, $f(x) = g(x)$

- [ ] Vrai
- [x] Faux

e.g. $f(x) = x$ et $g(x) = x^3$

5.

Pour toutes fonctions f et g dérivables sur $\mathbb{R}$

telles que $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} g(x)\,dx$,

on a :

pour tout $x \in]-1\,;\,1[$, $f'(x) = g'(x)$

- [ ] Vrai
- [x] Faux

e.g. $f(x) = x$ et $g(x) = x^3$

6.

Pour toutes fonctions f et g dérivables sur $\mathbb{R}$

telles que $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} g(x)\,dx$,

on a :

$$\int_{0}^{1} f(x)\,dx = \int_{0}^{1} g(x)\,dx$$

- [ ] Vrai
- [x] Faux

e.g. $f(x) = x$ et $g(x) = x^3$

7.

Quelle que soit la fonction f dérivable sur [0 ; 1], on pose $\mathrm{I}(f) = \int_0^1 f(x)\,dx$.

Alors pour toute fonction f dérivable sur [− 1 ; 2], on a :

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 2\,\mathrm{I}(f)$$

- ○ Vrai
- ● Faux e.g. $f(x) = x$

8.

Quelle que soit la fonction f dérivable sur [0 ; 1], on pose $\mathrm{I}(f) = \int_0^1 f(x)\,dx$.

Alors pour toute fonction f dérivable sur [− 1 ; 2], on a :

$$\int_{1}^{0} - f(x)\,dx = \mathrm{I}(f)$$

- ● Vrai $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$
- ○ Faux

9.

Quelle que soit la fonction f dérivable sur [0 ; 1], on pose $\mathrm{I}(f) = \int_0^1 f(x)\,dx$.

Alors pour toute fonction f dérivable sur [− 1 ; 2], on a :

$$\int_{0}^{1} |f(x)|\,dx = |\,\mathrm{I}(f)|$$

- ○ Vrai
- ● Faux e.g. $f(x) = x - \frac{1}{2}$

10.

Quelle que soit la fonction f dérivable sur [0 ; 1], on pose $\mathrm{I}(f) = \int_0^1 f(x)\,dx$.

Alors pour toute fonction f dérivable sur [−1 ; 2], on a :

$$\int_0^1 [f(x)]^2\,dx = (\mathrm{I}(f))^2$$

- ○ Vrai
- ● Faux   e.g. $f(x) = x$

11.

Soit f la fonction définie sur ℝ par :

pour tout x de ℝ, $f(x) = \int_0^x (t^2 + 1)\sin t\,dt$.

Alors :

f est positive sur $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$.

- ● Vrai $(t^2+1)\sin t \geqslant 0$ pour $t \in [0;\frac{\pi}{2}]$
- ○ Faux

12.

Soit $\mathrm{I} = \int_0^2 x^2 \ln(x+1)\,dx$

on a :

$\int_a^b f(x)\,dx \leqslant \int_a^b g(x)\,dx$ si $f(x) \leqslant g(x)\ \forall x \in [a,b]$

$$\mathrm{I} \leqslant 4\int_0^2 \ln(x+1)\,dx$$

- ● Vrai $\forall x \in [0,2]\quad x^2 \leqslant 4$
- ○ Faux

13.

L'intégrale $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} tan\,\theta \, d\theta$ est égale à

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} tan\,\theta \, d\theta$$

- ● Vrai Fonction impaire
- ○ Faux