Exercice : 1-2**
(identifiant : limites-b-1-2)

1-2** () – énoncé

Calculer la limite en $+\infty$ des fonctions définies ci-dessous :

1. $f_1(x) = 5 - \dfrac{1}{x}$
2. $f_2(x) = \dfrac{2x + \sin x}{x}$
3. $f_3(x) = \dfrac{\sqrt{x+5} - x}{\sqrt{x^2 - x}}$
4. $f_4(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3} - x$

1-2** () – correction

1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(5 - \dfrac{1}{x}\right) = 5$
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} f_2(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x + \sin x}{x}\right) = 2$ car $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\sin x}{x} = 0$
3. $\lim\limits_{x \to +\infty} f_3(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{\sqrt{x+5} - x}{\sqrt{x^2 - x}}\right) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{x\left(\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1\right)}{x\sqrt{1 - \frac{1}{x}}}\right) = -1$
4. En multipliant par la quantité conjuguée,

$$\begin{aligned}
\lim_{x \to +\infty} f_4(x) = \lim_{x \to +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 3} - x) &= \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4x + 3}{\sqrt{x^2 + 4x + 3} + x}\right) \\
&= \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{4 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1}\right) = 2
\end{aligned}$$