

Exercice : 1-1**
(identifiant : edolvarsep-b-1-1)

1-1 () – énoncé**

Résoudre les équations suivantes :

1. $y' = y \cos x$.
2. $y' = y(3x^2 - 6x + 1)$.
3. $y' = y \ln x$.

1-1 () – correction**

Ces trois équations sont du type $y' = yf(x)$, on va donc tout d'abord résoudre ce cas général pour l'appliquer à chacun des trois cas particuliers :

$$\begin{aligned}y' = yf(x) &\Leftrightarrow \frac{dy}{y} = f(x)dx \\ &\Leftrightarrow \ln |y| = \int f(x)dx \\ &\Leftrightarrow \ln |y| = F(x) + K \text{ (où } K \text{ est un réel quelconque et } F \text{ une primitive de } f) \\ &\Leftrightarrow |y| = e^{F(x)+K} \\ &\Leftrightarrow y = \pm e^{F(x)+K} \\ &\Leftrightarrow y = Ce^{F(x)} \text{ (où } C = \pm e^K \text{ est un réel quelconque)}\end{aligned}$$

On applique à présent à chacun des trois cas, et on obtient

1. $f(x) = \cos x \Rightarrow F(x) = \sin x$, soit $y(x) = Ce^{\sin x}$
2. $f(x) = 3x^2 - 6x + 1 \Rightarrow F(x) = x^3 - 3x^2 + x$, soit $y(x) = Ce^{x^3 - 3x^2 + x}$
3. $f(x) = \ln x \Rightarrow F(x) = x \ln x - x$, soit $y(x) = Ce^{x \ln x - x} = Cx^x e^{-x}$