

Exercice : 2-3**
(identifiant : edollineaires-b-2-3)

2-3 () – énoncé**

Résoudre les équations suivantes

1. $y' + y = e^{2x}(1 + x - x^2)$
2. $2y' + y = e^{-x}(-7 + 2x)$
3. $y' - 2y = e^{2x}(2 - 3x + x^2)$

2-3 () – correction**

1. Solution sans second membre : $y_0 = ke^{-x}$, $k \in \mathbb{R}$

Solution particulière du type : $y_p = e^{2x}(ax^2 + bx + c)$

$$y'_p = e^{2x}(2ax^2 + 2x(a + b) + (2c + b))$$

$$y'_p + y_p = e^{2x}(3ax^2 + x(2a + 3b) + (3c + b)) = e^{2x}(-x^2 + x + 1)$$

$$a = -1/3$$

Par identification terme à terme $b = 5/9$

$$c = 4/27$$

D'où $y_p = e^{2x}(\frac{-1}{3}x^2 + \frac{5}{9}x + \frac{4}{27})$ et la solution générale $y(x) = ke^{-x} + e^{2x}(\frac{-1}{3}x^2 + \frac{5}{9}x + \frac{4}{27})$, $k \in \mathbb{R}$.

2. Solution sans second membre : $y_0 = ke^{\frac{-x}{2}}$, $k \in \mathbb{R}$

Solution particulière : $y_p = e^{-x}(-2x + 3)$

Solution générale $y(x) = ke^{\frac{-x}{2}} + e^{-x}(-2x + 3)$, $k \in \mathbb{R}$.

3. Solution sans second membre : $y_0 = ke^{2x}$, $k \in \mathbb{R}$

Solution particulière : $y_p = e^{2x}(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x)$

Solution générale $y(x) = ke^{2x} + e^{2x}(\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x)$, $k \in \mathbb{R}$.